

Paweł Stacewicz

O ALGORYTMACH I ALGORYTMICZNEJ DOSTĘPNOŚCI WIEDZY

Niniejszy tekst jest skróconą (i roboczą) wersją referatu przygotowywanego na Seminarium Filozoficznych Problemów Podstaw Wiedzy w PAN. Główny przedmiot referatu stanowią pojęcia algorytmu oraz algorytmicznej metody zdobywania wiedzy, rozpatrywane na „przecięciu” informatyki i metodologii nauk, pod kątem swoich „wiedzo-twórczych” ograniczeń. Prezentując te ograniczenia, odwołamy się do znanych z informatyki pojęć: złożoności czasowej (algorytmów) oraz nieobliczalności (problemów).

Referat będzie utrzymany w duchu światopoglądu informatycznego, którego wyróżnikiem jest myślenie o świecie za pomocą pojęć wywiedzionych z informatyki, lecz interpretowanych szerzej.

I. O INFORMATYCZNYM POJĘCIU ALGORYTMU

1. Mimo szerokiej obecności we wszystkich niemal naukach ścisłych pojęcie algorytmu przynależy przede wszystkim do **informatyki**, a oznacza schemat maszynowej realizacji zadań określonego typu, możliwy do zakodowania w postaci **programu** komputerowego. Pojęcie to należy rozpatrywać w ramach **triady** (informacja, algorytm, automat) – która wyraża skrótowo fakt, że informatyka zajmuje się algorytmicznym przetwarzaniem informacji (danych) za pomocą określonego rodzaju automatów (komputerów)¹.

2. Informatyczne pojęcie algorytmu ma **rodowód matematyczny**, a jego historia pokazuje jasno, w jaki sposób matematyczne próby uściślenia terminów „algorytm” oraz „procedura mechaniczna” doprowadziły do powstania komputerów i informatyki.

2a. Historię tę można podzielić na trzy nierównomiernej długości etapy.

ETAP I (Od starożytności po początek wieku XX)

Algorytmy są używane spontanicznie (bez ogólnej definicji algorytmu) do rozwiązywania różnorodnych problemów matematycznych: geometrycznych, arytmetycznych i algebraicznych (typowy problem to rozwiązywanie równań i ich układów). Sama nazwa „algorytm” pojawia się wieku IX, w wyniku fonetycznej przeróbki imienia uczonego arabskiego (al-Chwarizmiego), który w jednym ze swoich dzieł podał mechaniczne metody działań na liczbach zapisywanych dziesiętnie.

ETAP II (Od roku 1936 do lat 50-tych XX wieku)

W wyniku prac takich matematyków jak Alan Turing, Alonzo Church i Emil Post pojęcie algorytmu – rozumianego jeszcze jako mechaniczna procedura rozwiązywania zagadnień matematyczno-logicznych – zostaje sprecyzowane, a następnie wykorzystane w badaniach nad rozstrzygalnością systemów formalnych (największą bodaj rolę odegrała tu konstrukcja

¹ Drugi element w/w triady wiąże informatykę z matematyką – po pierwsze z tego względu, że duża część algorytmów służy do rozwiązywania problemów matematycznych (np. równań i ich układów), a po drugie dlatego, że różne własności algorytmów (np. złożoność czasowa) są badane za pomocą narzędzi matematycznych (np. miarą złożoności czasowej są różne matematyczne funkcje). Natomiast element trzeci, tj. automat, wiąże informatykę z elektroniką – to zaś dlatego, że dopiero fizyczne automaty do przetwarzania danych (a współcześnie są to automaty elektroniczne) umożliwiają realne zastosowania informatyki.

Mówiąc krótko: informatyka jest dziedziną usytuowaną pomiędzy matematyką (z której wywodzi się pojęcie algorytmu) oraz elektroniką (która pozwala konstruować fizyczne automaty do przetwarzania danych).

Turinga, nazywana dziś uniwersalną maszyną Turinga)². W tym samym czasie zostają wykryte istotne ograniczenia metody algorytmicznej (np. problem stopu).

ETAP III (Czasy najnowsze, od zakończenia II wojny światowej).
Pojęcie algorytmu przenika do informatyki, stając się jej pojęciem naczelnym. Opracowuje się coraz to nowe algorytmy dla coraz bardziej zaawansowanych sprzętowo i programistycznie maszyn; stosuje się je głównie poza matematyką (do problemów kodowanych liczbowo, ale mających sens nie-liczbowy). Bada się różne własności algorytmów – związane przede wszystkim z ich efektywnością.

2b. Wydaje się, że obecnie, wskutek spontanicznego rozwoju technik **programistycznych**, dostosowanych do różnych typów maszyn, narasta potrzeba syntezy materiału empirycznego i wyabstrahowania zeń **nowego** pojęcia algorytmu – ogólniejszego niż definicja dana przez Turinga w roku 1936.

3. Niezależnie od sugestii zawartej w punkcie (2b) trzeba stwierdzić, że obecnie na polu informatyki współistnieją ze sobą **dwa** pojęcia algorytmu.

3a. W sensie **wąskim** i jednocześnie najbardziej precyzyjnym algorytmem nazywa się każdy ogólny schemat procedury możliwej do wykonania przez **uniwersalną maszynę Turinga** (UMT). Ze względu na obliczeniową równoważność UMT i komputerów cyfrowych jest to pojęcie algorytmu dla maszyn cyfrowych.

3b. W sensie **szerszym** (a precyzowanym cząstkowo w ramach różnych modeli obliczeń) algorytmem nazywa się ogólny schemat procedury możliwej do wykonania przez **pewną maszynę**, niekoniecznie cyfrową i niekoniecznie deterministyczną (np. analogową, kwantową, ewolucyjną – lista nie jest zamknięta).

3c. Pytaniem otwartym pozostaje, w jakim sensie drugie (ogólniejsze) pojęcie algorytmu jest **sprowadzalne** do pierwszego (węższego). Chociaż bowiem istnieją takie problemy, które są nierozwiązywalne lub trudno-rozwiązywalne za pomocą maszyn Turinga, a są rozwiązywalne lub łatwiej-rozwiązywalne za pomocą maszyn innych, to pozostaje pytanie o to, czy są to problemy **istotne** z praktycznego punktu widzenia.

4. Z ukazaną wyżej niejednoznacznością informatycznego pojęcia algorytmu współgra dobrze informatyczna **praktyka**, w której mamy do czynienia z bardzo **dużą różnorodnością** algorytmów (a właściwie ich typów) badanych ze względu na różne własności.

4a. Identyfikując różne **typy algorytmów**, można podać następujące pary przeciwieństw (są one przykładowe i wyróżnione ze względu na różne kryteria):

(1) algorytmy cyfrowe vs analogowe, (2) deterministyczne vs niedeterministyczne, (3) szeregowo vs równoległe, (4) sekwencyjne vs rekurencyjne, (5) linearne vs populacyjne, (6) algorytmy działania vs algorytmy uczenia się³.

² Dopowiedzieć trzeba, że zarówno Turingowi, jak również innym współczesnym mu matematykom, udało się sprecyzować pojęcie algorytmu dla maszyn cyfrowych (przetwarzających dyskretne dane symboliczne), a nie jakichś innych (np. analogowych). Zob. pkt. 3a.

³ Z każdą ze wskazanych opozycji wiąże się szereg ważnych i ciekawych zagadnień filozoficznych, na przykład: a) pod jakimi warunkami co do struktury świata/materii techniki analogowe są realizowalne w praktyce (z punktu widzenia teorii techniki te są istotnie odmienne od technik cyfrowych)?; albo b) w jakim sensie i pod jakimi warunkami algorytmy uczenia się mogą skutkować inwencją maszyn?

4b. Jeśli chodzi o badane przez informatyków ogólne **własności algorytmów**, to najważniejsze pośród nich są:

(1) skuteczność w rozwiązywaniu określonych klas problemów, (2) stabilność numeryczna, (3) złożoność (strukturalna, pamięciowa i czasowa).

5. W interesującym nas dalej kontekście „wiedzo-twórczej mocy algorytmów” najbardziej interesująca jest własność **złożoności czasowej**. Za miarę złożoności czasowej algorytmu uznaje się **funkcję**, która określa zależność między rozmiarem danych wejściowych algorytmu a czasem potrzebnym na uzyskanie wyniku.

Zależnie od **typu funkcji** opisującej złożoność mówi się o złożoności liniowej, wielomianowej, logarytmicznej, wykładniczej itp.

5a. Pojęcie złożoności czasowej dotyczy nie tylko algorytmów, lecz także rozwiązywanych za ich pomocą **problemów**. Na przykład: problem o złożoności wielomianowej to taki problem, dla którego istnieją rozwiązujące go algorytmy o złożoności wielomianowej.

II. ALGORYTMY I WIEDZA

6. Spośród różnych możliwych ujęć wiedzy w niniejszym szkicu będzie nas interesować pojęcie **wiedzy naukowej**, czyli ogółu sądów i metod akceptowanych w różnych naukach (a zatem: dobrze uzasadnionych ze względu na kryteria obowiązujące w tychże naukach)⁴. W najbardziej nas tu interesującym aspekcie **pragmatycznym** wiedza naukowa służy do skutecznego rozwiązywania właściwych danej nauce **problemów** (m.in. praktycznych).

6a. Niezależnie od dziedziny badań wiedza naukowa przyjmuje **dwie**, powiązane ze sobą, postaci:

(a) **opisową** – tzw. „wiedza że”, opisująca właściwe danej dyscyplinie fakty i zależności między nimi (np. prawa fizyczne czy twierdzenia matematyczne);

(b) **proceduralną** – tzw. „wiedza jak”, składająca się z metod, które prowadzą w sposób niezawodny lub wiarygodny do „wiedzy że” (przy czym fakt zastosowania odpowiedniej metody stanowi jednocześnie dobre uzasadnienie danego elementu wiedzy).

6b. W aspekcie **pragmatycznym** pojęcie wiedzy wiąże się z pojęciem **problemu**: na wiedzę z zakresu danej nauki składa się ogół sądów (o faktach) i metod zapewniających rozwiązania interesujących daną naukę problemów. W ten kontekst wpisuje się doskonale pojęcie **algorytmu** jako schematycznego opisu metody rozwiązywania problemów określonego typu.

6c. Algorytmizacja danej dyscypliny – czyli zapis jej metod a pośrednio i wyników w postaci algorytmów – jest możliwa pod warunkiem **formalizacji** tej dyscypliny w pewnym precyzyjnym języku (np. języku pewnego rachunku logicznego, wzbogaconego o terminy dla danej nauki specyficzne).

⁴ Oprócz wspomnianej w głównym tekście wiedzy naukowej można wyróżnić: a) wiedzę potoczną (inaczej zdroworozsądkową, podzielaną przez pewną społeczność, ale bez statusu naukowej), oraz b) indywidualną (właściwą poszczególnym ludziom; może ona wywodzić się zarówno z wiedzy naukowej, jak i potocznej). Obydwa wymienione typy wiedzy stanowią przedmiot zainteresowania i psychologów (poznawczych), i epistemologów.

7. Rozwijając wątek pragmatycznych funkcji wiedzy, możemy podać szereg narzucających się **związków** między pojęciami wiedzy i algorytmu. Oto ich prowizoryczne zestawienie.

7a. Algorytm stanowi pewną **formę zapisu** wiedzy. Jest to forma niezwykle **ekonomiczna** – jeden uniwersalny schemat reprezentuje bowiem nieskończoną liczbę rozwiązań problemów określonego typu (rozwiązania te uzyskujemy, stosując algorytm do odpowiednich danych)⁵.

7b. Wiedza zapisana algorytmicznie stanowi coś **pośredniego** między wiedzą opisową i proceduralną. Każdy algorytm bowiem jest ogólnym **opisem procedury**, która po zastosowaniu do odpowiednich danych doprowadza do nowych **sądów** o faktach, czyli nowej wiedzy opisowej⁶.

7c. Algorytmy prowadzą do wiedzy w sposób **niezawodny** oraz **intersubiektywnie** dostępny – to znaczy: każda osoba, stosując ten sam algorytm do tych samych danych, dojdzie do tego samego wyniku.

7d. Algorytmiczna metoda zdobywania i zapisu wiedzy ma swoje **ograniczenia** (identyfikowane m.in. na polu informatyki – zob. dalej), a ponadto nie może być traktowana jako w pełni **automatyczna** (nawet dobór algorytmu adekwatnego do problemu wymaga pewnej decyzji poznawczej badacza, a wytworzenie nowego algorytmu wymaga inwencji)

8. Wskazane wyżej kwestie poznawczej ekonomii, intersubiektywności i niezawodności algorytmów prowadzą wprost do ciekawego pytania o to, czy w nauce obowiązuje **algorytmiczny wzorzec wiedzy**?

A zatem: czy w swojej praktyce badawczej naukowcy powinni **dążyć** do zapisu wiedzy w postaci algorytmicznej?

W poniższych punktach przedstawimy pewne argumenty za odpowiedzią **pozytywną**.

8a. Wiedza zapisana w postaci algorytmicznej i rozbudowywana w oparciu o algorytmy pełni szerokie wymagania **racjonalizmu** (które muszą – niejako z definicji – charakteryzować każdą naukę): chodzi o wymóg **intersubiektywnej** komunikowalności i sprawdzalności⁷.

8b. Zapis wiedzy w postaci algorytmicznej jest bardzo **efektywny** ze względu na możliwość nowych **odkryć** – dzięki algorytmom część pracy naukowej zostaje **zautomatyzowana** (współcześnie: skomputeryzowana), a to pozwala poświęcić więcej czasu i energii na twórczość.

8c. Z pragmatycznego punktu widzenia dana gałąź wiedzy staje się **dojrzała**, gdy przyjmuje (przynajmniej częściowo) postać **rachunku**, to znaczy systemu formalnie

⁵ Ze względu na wspomnianą wyżej ekonomię zapisu wiedzy (co można nazwać kompresją wiedzy) algorytmy przypominają pojęcia (jedno pojęcie reprezentuje nieskończenie wiele obiektów podobnych do siebie pod pewnym względem), przy czym o ile pojęcie jest statycznym składnikiem wiedzy, to algorytm jest składnikiem dynamicznym.

⁶ Widać zatem, że m.in. za sprawą algorytmów – opisujących procedury dochodzenia do wiedzy – granica między wiedzą opisową („wiedzą że”) i proceduralną („wiedzą jak”) jest rozmyta. W matematyce, na przykład, bardzo wiele twierdzeń – wydawałoby się opisowych – można przedstawić jako schematyczne metody rozwiązywania problemów określonego typu, czyli algorytmy.

⁷ Oczywiście nie jest to jedyna postać wiedzy spełniająca szerokie wymagania racjonalizmu.

zapisanych faktów (podstawowych) i formalnych reguł dochodzenia do nowych faktów (inaczej: rozwiązań właściwych danej nauce problemów). **Algorytmizację** wiedzy można uznać za zbudowanie takiego rachunku⁸.

III. ALGORYTMICZNA DOSTĘPNOŚĆ I NIEDOSTĘPNOŚĆ WIEDZY

9. Na początek skonstatujmy dość oczywisty fakt, że algorytmy (używane w takiej czy innej dziedzinie) zapewniają dwojakiego rodzaju **dostęp do wiedzy**:

(1) każde zastosowanie algorytmu do nowych danych (których jest potencjalnie nieskończenie wiele) skutkuje **nową wiedzą** (tzn. rozwiązaniem pewnego szczególnego przypadku problemu, którego dotyczy algorytm);

(2) trafnie dobrany zbiór algorytmów ułatwia penetrację danej dziedziny na **nowym jakościowo poziomie** – umysł badacza może posługiwać się tymi algorytmami bezrefleksyjnie, koncentrując uwagę na nowych problemach i nowych pomysłach ich rozwiązania.

10. Mimo oczywistej przydatności algorytmów do poszerzania zakresu ludzkiej wiedzy okazuje się, że istnieje wiedza algorytmicznie **niedostępna** – istnieją zatem problemy, których za pomocą pewnego typu algorytmów rozwiązać nie sposób (bezwzględnie lub praktycznie). O fakcie tym przekonują m.in. meta-informatyczne badania nad **nieobliczalnością** problemów i złożonością **algorytmów**⁹.

(Odniesiemy się do nich koncentrując uwagę na algorytmach dla maszyn cyfrowych).

10a. Istnieją zatem problemy **nieobliczalne bezwzględnie** – to znaczy takie, których nie można rozwiązać algorytmicznie we wszystkich przypadkach szczególnych. Typowe przykłady to: problem stopu maszyny Turinga i problem słów Posta.

10b. Istnieją także problemy **nieobliczalne praktycznie** – to znaczy takie, dla których nie istnieją algorytmy o niższej złożoności czasowej niż wykładnicza. Dla coraz większych danych problemy te wymagają rosnącej lawinowo ilości czasu (co przesądza o ich praktycznej nieobliczalności). Typowe przykłady to: problem komiwojażera i problem spełnialności formuł rachunku zdań.

11. W przypadku w/w problemów zachodzą ważne **pytania** o to, czy: (1) na gruncie **innych modeli** obliczeń niż cyfrowy (turingowski) problemy te staną się obliczalne?; (2) czy każdy z takich problemów daje się podzielić na **podproblemy**, dla których będą istniały efektywne rozwiązania algorytmiczne – tzw. algorytmy lokalne (w takim lub innym modelu obliczeń)?; (3) czy z praktycznego punktu widzenia problemy takie są **istotne**, np. czy dla potrzeb realnych zastosowań nie wystarczy znać rozwiązania problemów podobnych, ale obliczalnych?

⁸ Siła „rachunkowej koncepcji wiedzy dojrzałej” ujawnia się najpełniej w matematyce, gdzie buduje się różne szczegółowe rachunki, czyli zbiory reguł/algorytmów pozwalających efektywnie przekształcać obiekty z danego działu matematyki (np. granice czy całki). Wymieńmy przykładowo: rachunek prawdopodobieństwa, rachunek granic, rachunek różniczkowo-całkowy, rachunek zdań (logicznych).

⁹ Mianem badań meta-informatycznych określamy badania dotyczące pewnych ogólnych własności wszelkich algorytmów pewnego typu np. złożoności czasowej czy stabilności numerycznej. Przynajmniej część z nich należy do teorii obliczeń.

12. Pozytywna odpowiedź, na którekolwiek z powyższych pytań jest wyrazem wiary w „ponad-maszynową” **moc ludzkiego umysłu**, który:
w przypadku pozytywnej odpowiedzi na (1), byłby w stanie obmyślać coraz to nowe modele obliczeń;
w przypadku pozytywnej odpowiedzi na (2), byłby w stanie trafnie wyodrębnić z danego problemu obliczalne podproblemy;
w przypadku pozytywnej odpowiedzi na (3), byłby w stanie oceniać, czy dany problem jest praktycznie istotny, a w razie konieczności zastępować go problemem podobnym.

12a. Wokół pozytywnej odpowiedzi na powyższe pytania, zwłaszcza na pytanie pierwsze, można zbudować **optymistyczną** wersję światopoglądu informatycznego, zgodnie z którą umysł ludzki buduje wiedzę nie tylko algorytmicznie, lecz również **intuicyjnie** – gdy metoda algorytmiczna (związana np. z określonym typem algorytmów) napotyka trudność, uaktywnia się poznawcza intuicja, która generuje nowe pojęcia bądź nowe typy algorytmów (zwiększając poznawczą moc umysłu)¹⁰.

13. Negatywna odpowiedź na każde z powyższych pytań (pkt 11) jest wyrazem wiary w zasadniczą algorytmiczną **niedostępność** pewnego rodzaju wiedzy – zasadniczą bo charakteryzującą zarówno ludzki umysł, jak i każdy umysł sztuczny.

ROBOCZE TEZY REFERATU

Teza 1

Istotnym składnikiem współczesnej kultury – przenikniętej na wskroś informatyką i jej zastosowaniami – jest **światopogląd informatyczny**, u którego podstaw leży skłonność do opisu świata za pomocą pojęć wywiedzionych z informatyki.

Teza 2

Zaczerpnięte z informatyki pojęcie **algorytmu**, a także sprzężone z nim pojęcia złożoności obliczeniowej oraz nieobliczalności, mogą ujawniać pewne **ograniczenia** ludzkiej wiedzy (zasadnicze bądź tylko praktyczne).

Teza 3

Wspomniane w tezie 2 ograniczenia dotyczą z pewnością tych form zdobywania wiedzy, które angażują algorytmy dla maszyn **cyfrowych** (opisane i badane w ramach modelu uniwersalnej maszyny Turinga).

Teza 4

Ponieważ jednak pojęcie algorytmu jest pojęciem **otwartym** (ze względu na rozwój informatyki), można zakładać optymistycznie, że z pomocą coraz to **nowych** typów algorytmów (niekoniecznie cyfrowych) poznawcze ograniczenia ludzkiego umysłu będą **sukcesywnie pokonywane**.

Teza 5

Niezależnie od tezy 4 (pesymistycznej) i tezy 5 (optymistycznej) istnieją dobre racje po temu, by przyjąć że w naukowej **praktyce** obowiązuje **algorytmiczny wzorzec** wiedzy.

¹⁰ Wspomniany wyżej światopogląd ma głębokie korzenie w myśli filozoficznej Kurta Gödla, którą współcześnie opisuje i rozwija Witold Marciszewski – między innymi za pośrednictwem internetowego blogu akademickiego „Polemiki i rozmówki w Cafe Aleph” (współredagowanego przez autora tego szkicu).