

Informacja w perspektywie **obliczeniowej**

Informacje, liczby i obliczenia

Cztery „punkty” odniesienia ...

(dla pojęcia informacji)

ŚWIAT

ontologia

fizyka

UMYSŁ

psychologia

epistemologia

JĘZYK

lingwistyka

nauki o komunikacji

KOMPUTER

informatyka

elektronika

Informacja, dane i liczby

Informacja > Dane > Liczby

- Informacja to coś więcej niż **dane**, bo dane stanowią pewną tylko, to znaczy komputerowo dostępną, formę informacji.

- Dane to coś więcej niż **liczby**, bo jakkolwiek dane koduje się liczbowo, to są one dodatkowo związane pewnymi informatycznymi strukturami.

Ale mimo wszystko: na poziomie najprostszego matematycznego opisu komputerowym danym odpowiadają jakieś liczby, a operacjom na danych jakieś **obliczenia**.

Co to znaczy „obliczać” (to compute)?

Co to znaczy „obliczać” (to compute)?

- wykonywać operacje na **liczbach**... ?
(komputer = maszyna licząca)
- wyznaczać wartości pewnych **funkcji**...?
(program = funkcja)
- przetwarzać **dane** (kody) za pomocą określonych zestawów reguł...?
(dane > liczby, program > funkcja)
- realizować operacje zgodne z pewnym **modelem obliczeń**...?
(komputer $\equiv_{(np.)}$ uniwersalna maszyna Turinga)

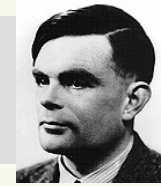
A zatem: co to znaczy „obliczać”?

- w sensie informatycznym -

- **OBLICZAĆ = PRZETWARZAĆ DANE**

- *przy założeniu jednak, że w matematycznej teorii danym odpowiadają pewne liczby, a programom – funkcje.*

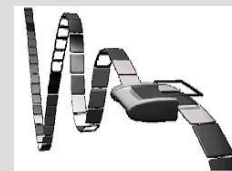
Model obliczeń cyfrowych



Najbardziej powszechny (być może: jedyny możliwy) model obliczeń wyznacza pojęcie **maszyny Turinga**.

Skończone realizacje programów dla **komputerów cyfrowych** są realnymi odpowiednikami obliczeń opisywanych w tym modelu.

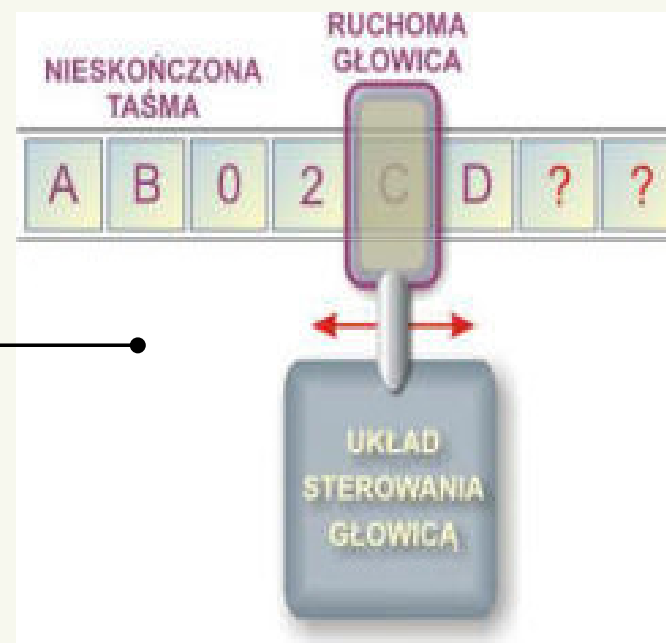
Jest to model obliczeń **cyfrowych** (dyskretnych) i deterministycznych.



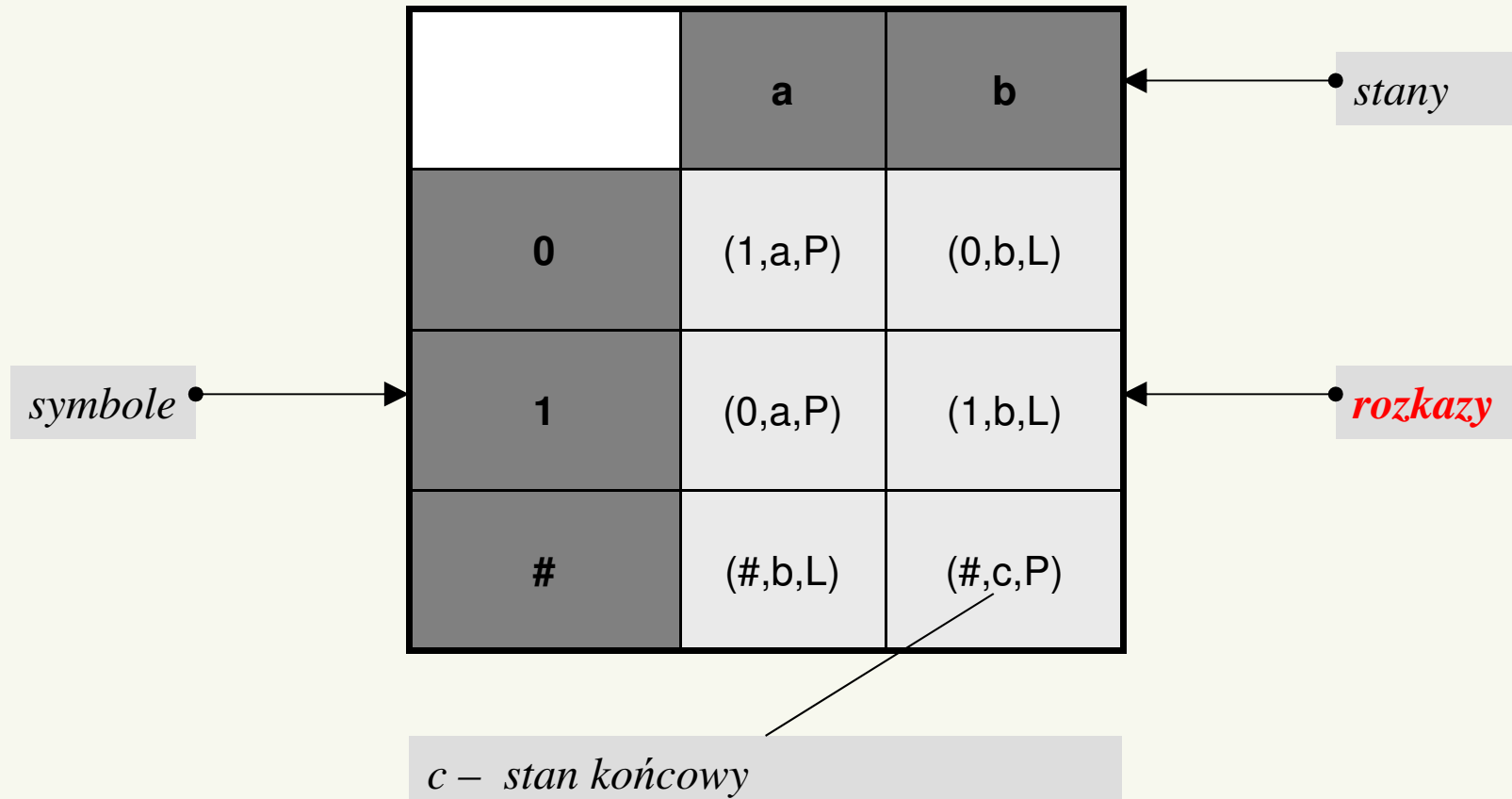
Czym jest maszyna Turinga ?

- **Maszyna Turinga** składa się z:
 - (1) nieskończonej, podzielonej na odrębne komórki, **taśmy**;
 - (2) **głowicy** do odczytu-zapisu danych;
 - (3) **rejestr** stanów;
 - (4) **tablicy** przejść między stanami.

Maszyna „działa” na podstawie programu zawartego w tablicy (4).

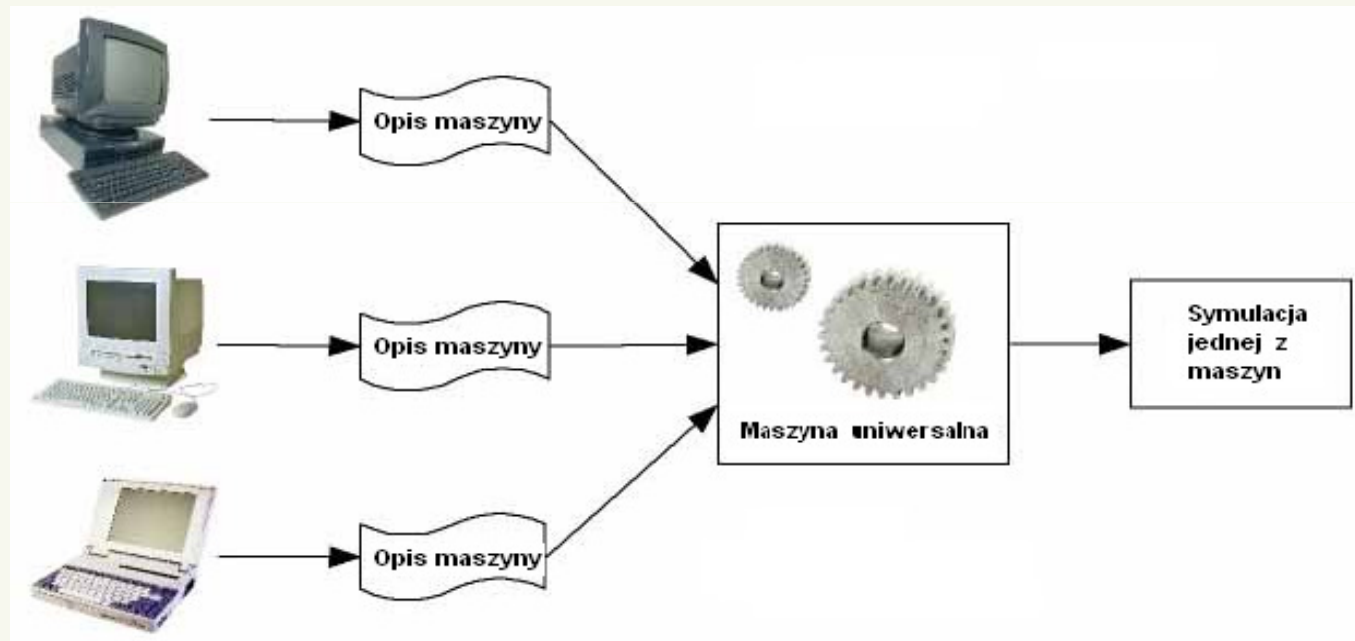


Jak wygląda program maszyny Turinga?



Czym jest uniwersalna maszyna Turinga?

- **UMT** jest specjalną maszyną Turinga, której program ma za zadanie **symulować** działanie dowolnej, konkretnej MT.



- Wykazano, że UMT może wykonać dowolnie złożony program dla dowolnie zaawansowanej technicznie **maszyny cyfrowej**.

Istota cyfrowości

Najbardziej ogólna zasada **cyfrowego przetwarzania** danych jest następująca:

- ▶ zarówno same dane, jak i schematy ich przetwarzania (programy), mają postać **kodu symbolicznego**, złożonego z rozróżnialnych, dyskretnych elementów;

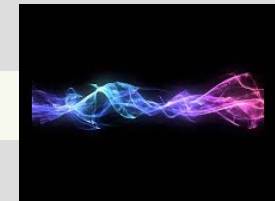
Ponadto:

kody symboliczne/cyfrowe mają dyskretną (de facto: skończoną) interpretację **liczbową** (w postaci najbardziej „oszczędnej” są to kody zero-jedynkowe).

Inne modele (hiper)obliczeń

Techniki wykraczające poza model Turinga (UMT) sytuują się w sferze tzw. **hiperobliczeń**, do których należą:

- obliczenia **analogowe** (ciągłe)
- obliczenia losowe (np. kwantowe)
- obliczenia infinitystyczne



*Mimo istnienia teoretycznych modeli hiperobliczeń, wciąż rozważa się **pytania**:*

***a)** o ich relację do modelu UMT, **b)** o ich fizyczną realizowalność.*

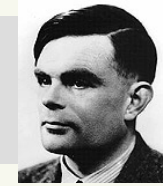
Typy liczb a modele obliczeń

Każdy model obliczeń określa dozwolony typ danych, któremu to typowi odpowiada z kolei pewien rodzaj liczb.

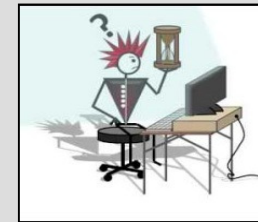
Krótko: każdy model odwołuje się do pewnego typu liczb.

- obliczenia **cyfrowe** → liczby **naturalne** (wielkości dyskretne)
- obliczenia **analogowe** → liczby **rzeczywiste** (wielkości ciągłe)
- obliczenia **kwantowe** →? liczby **zespolone** (q-bity, stany kwantowe)

Zaskakujący wynik Turinga

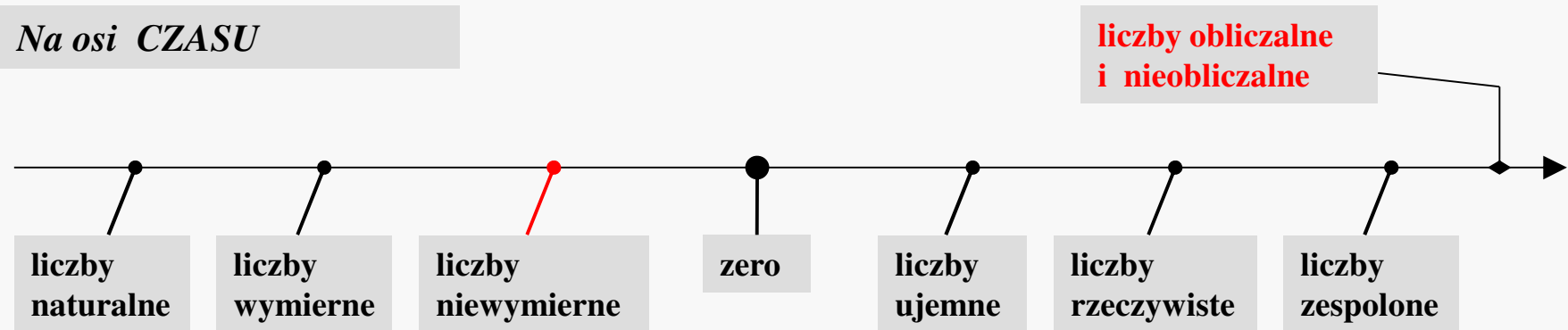


- ▶ Istnieją **liczby**, których **nie można obliczyć**.
(w modelu cyfrowym)
- ▶ Istnieją problemy (ściśle zdefiniowane),
których **nie można rozwiązać**.
(w modelu cyfrowym)

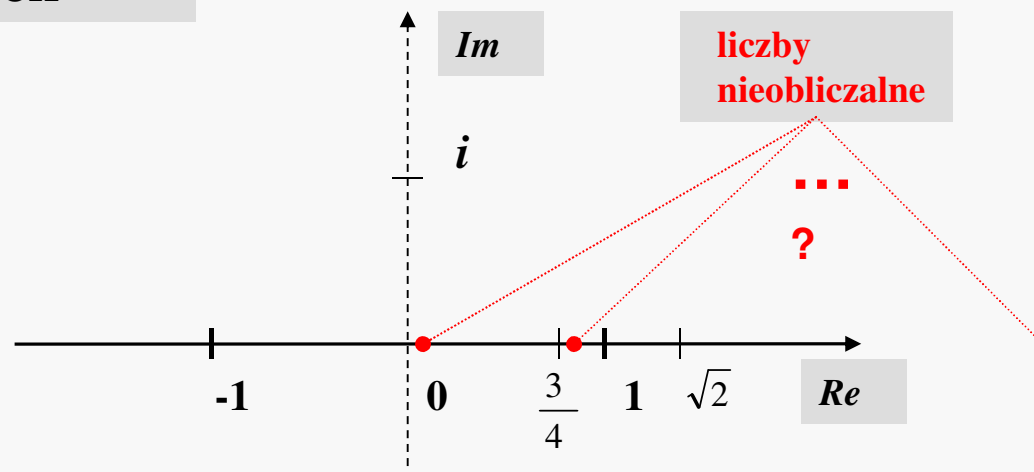


Różne klasy liczb

Na osi CZASU



Na osiach LICZBOWYCH



Liczby obliczalne i nieobliczalne

Liczba obliczalna jest to taka liczba rzeczywista, dla której istnieje **maszyna Turinga** (inaczej: program dla maszyny cyfrowej) pozwalająca obliczyć ją z dowolną zadaną dokładnością.

Liczba nieobliczalna nie ma powyższej własności: jest niewyznaczalna za pomocą maszyn Turinga.

$$\pi = 4 - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{7} + \dots = 4 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$$

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$$

- *najszerzej znane obliczalne*
- *liczby niewymierne*

Liczby nie(obliczalne) – *kilka określeń*

Liczby *obliczalne*...
(wg. Turinga)



- Istnieje klasyczny algorytm ich obliczania.
- Istnieje maszyna Turinga obliczająca je z dowolną zadaną dokładnością.
- Istnieje algorytm obliczania ich kolejnych cyfr.

Liczby *nieobliczalne*...
(wg. Turinga)



- Nie istnieje klasyczny algorytm ich obliczania.
- Żadna maszyna Turinga nie potrafi obliczyć ich z dowolną zadaną dokładnością.
- Nie istnieje algorytm obliczania ich kolejnych cyfr.

Definiowanie liczb nieobliczalnych

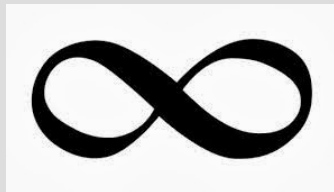
Niektóre liczby nieobliczalne można **zdefiniować**, nie podając jednak efektywnego schematu wyznaczania ich kolejnych cyfr.

Poglądowy przykład:

- a) Tworzymy uporządkowaną listę maszyn Turinga MT_i (z danymi wejściowymi na taśmach).
- b) Definiujemy liczbę zapisaną binarnie

$L = 0, b_1 b_2 b_3 b_4 \dots$ przy czym

$$\left\{ \begin{array}{l} b_i = 1, \text{ gdy } MT_i \text{ kończy pracę} \\ b_i = 0, \text{ gdy } MT_i \text{ działa w nieskończoność} \end{array} \right.$$



Problemy nieobliczalne

W turingowskim modelu obliczeń (cyfrowych) istnieją **problemy nieobliczalne**, czyli algorytmicznie nierozwiązywalne.

► Problemy te są:

a) nieobliczalne zasadniczo – gdy nie istnieje jeden uniwersalny algorytm rozwiązujący wszystkie przypadki szczególne danego problemu.

b) nieobliczalne praktycznie – gdy dla danego problemu nie istnieje algorytm o dostatecznie niskiej złożoności czasowej,

